

Construction dimensionnelle de solides en environnement virtuel : impact sur les concepts de prisme, de pyramide et de base pour des élèves de 6ème

Xavier NICOLAS, Doctorant en 4ème année

Université Claude Bernard Lyon 1, S2HEP, EA 4148 ; 69 622 Villeurbanne France
xavier.nicolas@uca.fr

Abstract. Dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace, un consensus se dégage autour des limites des approches traditionnelles pour développer une activité géométrique déductive. Une des pistes pour développer de nouvelles approches est l'utilisation d'Environnements Virtuels Immersifs. Dans ce papier nous explorons ces opportunités au travers de l'usage par des enseignants de mathématiques d'un environnement virtuel dans le contexte de l'enseignement de la géométrie dans l'espace au secondaire. Nous nous attarderons sur l'analyse didactique et sémiotique d'une séance de mathématiques visant les concepts de prisme, de pyramide et de base en 6ème (élèves de 10 / 11 ans) qui mobilise une technique de construction dimensionnelle mise en œuvre dans un environnement virtuel immersif.

Keywords: Environnement virtuel immersif, géométrie dans l'espace, corps.

1 La réalité virtuelle pour l'enseignement et les apprentissages

Dans le domaine scientifique des interactions homme-machine et des apprentissages, les environnements de réalité virtuelle se distinguent des traditionnels EIAH (Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain) par la réintroduction du corps (interface comportementale) et les possibilités quasi infinies de (re)modélisation du réel qui transcendent les limitations perceptives des êtres humains (Bukhardt, Lourdeaux & Mellet-d'Huart, 2006). Les environnements virtuels se distinguent également des autres environnements informatiques par la volonté de rendre l'interface technologique la plus transparente possible jusqu'à s'effacer au profit de l'activité naturelle. Cela permet sous certaines conditions, l'émergence chez l'utilisateur d'un sentiment de présence, un sentiment authentique d'exister dans le monde artificiel. Dans un contexte d'apprentissage, le sentiment de présence peut être exploité selon deux types de stratégies (Winn, 2003) : les stratégies jouant sur l'engagement et l'attention de l'utilisateur et celles jouant sur le levier cognitif comme vecteur d'un changement conceptuel.

Réintroduction du corps comme levier d'un changement conceptuel

Dans le courant de l'embodied cognitive science, le corps est la source de toute pensée et de toute conceptualisation. En effet d'une part le cerveau est lui-même un organe et notre perception de l'environnement est limitée par la physiologie du corps humain, et d'autre part nos comportements physiques reflètent et soutiennent notre réflexion (Winn, 2003). Lakoff et Nuñez (2013) poussent encore plus loin le lien étroit entre corps et concepts mathématiques. Pour eux, les objets mathématiques les plus abstraits ont été créés par l'imagination humaine via des usages spécifiques de mécanismes cognitifs ancrés dans la corporéité, comme les métaphores conceptuelles, les mouvements fictifs ou des schémas spécifiques. Pour Coutat-Gousseau et Dorier (2016), les processus permettant de construire les concepts les plus abstraits et formels semblent pouvoir être abordés par le biais d'expériences sensibles engageant le corps et la perception comme support d'une activité cognitive centrale. Enfin pour Arzarello et al. (2009) et Radford (2003), le corps et les gestes participent à une conception multimodale des apprentissages et se coordonnent au niveau sémiotique avec la parole, les symboles et les outils.

2 Contexte de l'étude et cadre théorique

Au secondaire, l'enseignement de la géométrie vise le développement d'une activité déductive qui tranche avec l'approche perceptive et instrumentale de l'école primaire. Cette activité géométrique déductive nécessite une façon de voir les représentations des objets géométriques qui permette d'identifier dans l'objet représenté ses éléments de dimensions inférieures et leurs propriétés, ce que Duval (2005) nomme la vision non-iconique. Cette façon de voir n'est pas naturelle mais elle peut s'apprendre au travers d'activités géométriques qui développent des techniques de résolution impliquant un changement de regard des élèves (Perrin-Glorian et al., 2013). Dans le cas de la géométrie dans l'espace, l'usage des représentations planes, des maquettes ne permet pas de développer la vision non-iconique (Mithalal, 2014), les unes générant des aberrations perceptives, les autres ne permettant qu'une manipulation limitée à l'objet dans son ensemble. A la différence des méthodes traditionnelles de construction géométrique (patrons, maquettes, dessins), certains environnements artificiels utilisent des fonctions « d'extrusion » pour générer des polyèdres à partir d'un polygone. Par extension, nous utiliserons le terme générique de construction dimensionnelle pour décrire la possibilité de générer un objet de dimension n à partir d'un objet de dimension $n-1$. La construction dimensionnelle dans un environnement virtuel immersif semble pouvoir concilier perception et manipulation et nous amène à nous poser plusieurs questions. Quel est l'impact de la construction dimensionnelle sur la conceptualisation d'objets géométriques de l'espace, est-ce que cette technique permet de changer le regard des élèves sur ces objets ? Quel rôle joue la dimension corporelle dans le processus d'apprentissage ?

Nous mobilisons le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1992) pour notre analyse didactique de la situation et l'approche sémiotique multimodale (Arzarello et al., 2009) pour mettre en relief les rôles des différents signes

(gestes, discours, graphiques, matériels) mobilisés dans les processus cognitifs des élèves et pour saisir le rôle central du corps dans l'évolution des processus d'apprentissage. Nous compléterons l'analyse de l'évolution des différents signes au cours du temps et celle du rôle de l'enseignant du point de vue de la théorie de la médiation sémiotique (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008).

2.1 Méthodologie

Notre expérimentation concerne deux classes de 6ème d'un collège dont les enseignants ont participé à la conception du scénario pédagogique. La séance mise en œuvre était la première de l'année qui évoquait explicitement les notions de prisme, de pyramide et de base. Nous avons élaboré un prétest et un post test sur la base d'une analyse praxéologique (Chevallard, 1992) comprenant trois types de tâches pour mesurer l'évolution des techniques présentes chez élèves.

- Identifier les prismes dans une collection de solides représentés en perspective cavalière ;
- Identifier les pyramides dans une collection de solides représentés en perspective cavalière ;
- Identifier les bases des solides (si possible) dans une collection de solides représentés en perspective cavalière.

L'organisation matérielle de la séance en réalité virtuelle mobilise un dispositif à six degrés de liberté permettant les interactions et les déplacements sur une surface de 3mx3m. Le matériel utilisé est un casque HTC Vive relié à un ordinateur portable et à un vidéoprojecteur pour afficher sur grand écran ce qui est vu par l'utilisateur portant le casque. L'ensemble du dispositif matériel permet aux élèves de la classe de suivre à la fois l'activité de l'utilisateur dans le monde réel et dans le monde virtuel. La construction dimensionnelle des prismes se fait en étirant le polygone de départ et celle des pyramides en le pinçant au moyen d'un outil spécifique.

La séance de 50 minutes de mathématiques mise en œuvre avec la classe de chaque enseignant comprenait un temps de prise en main, une manipulation des élèves (construction de prismes et pyramides), un temps individuel sur papier d'identification des techniques utilisées pour construire des solides présentés sur écran, une discussion collective pour valider les résultats de la phase individuelle, une phase d'institutionnalisation des concepts de prismes et de pyramides au regard des techniques mobilisées pour les générer et enfin une phase de réinvestissement mental des techniques sur le disque. A noter que certains élèves n'ont pas souhaité manipuler l'environnement.

2.2 Résultats prétest-post test

Le prétest montre une plus grande difficulté pour identifier les prismes que les pyramides. Il confirme les erreurs attendues : cubes et pavés droits non assimilés à des prismes. Il met également en évidence la difficulté que représente le prisme à base triangulaire. En effet les élèves semblent associer tout polyèdre ayant des faces triangulaires à des pyramides. Ces résultats sont homogènes dans les deux classes.

Le post test montre une nette diminution des erreurs dans l'identification des prismes et des pyramides dans les deux classes par rapport au prétest. En revanche l'identification des bases de ces solides montre une disparité de performance importante entre les deux classes.

Nous avons cherché à comprendre cette disparité au regard du déroulement de l'activité. Si le scénario et le support étaient les mêmes, nous remarquons une différence notable dans la mise en œuvre de la phase de discussion collective de validation. Dans une des classes, l'enseignant a laissé les élèves argumenter et valider, dans l'autre classe, c'est l'enseignant qui a validé de manière arbitraire. Nous faisons l'hypothèse que cette différence peut être à l'origine de la différence de performance. Nous nous penchons sur le cas de la classe qui a le mieux réussi.

2.3 Etude d'un épisode de la phase de discussion

Afin de mieux comprendre ce qui se joue dans la phase de discussion, nous focalisons ici notre étude sur un moment précis autour d'un désaccord entre les élèves pour classer un prisme à base triangulaire dans la catégorie « étiré » ou « pincé ».

L'épisode étudié a été retranscrit à partir de nos données vidéos. Nous utilisons le concept de faisceau sémiotique (Arzarello et al., 2006) pour décrire le système composé de différents signes (discours, gestes, matériels...) dans sa dimension systémique (apparition simultanée de plusieurs signes) et chronologique (évolution des signes dans le temps).

L'enseignant invite les élèves à venir argumenter leur choix au tableau. Le prisme en question est affiché sur l'écran du vidéoprojecteur.

Un élève vient au tableau pour justifier son choix de l'étirement. Il utilise un discours vague « on a étiré cette partie » et désigne une face de l'objet sur la représentation. L'enseignant lui demande de montrer le geste « montre nous avec tes mains ». L'élève reproduit fidèlement le geste d'étirement à partir du polygone de départ. L'enseignant reformule en mêlant discours basé sur l'artefact et gestes « J... pense que l'on a pris la boule ici et qu'on a fait comme ça ».

La deuxième intervention est celle d'un élève justifiant le choix du pincement « Là, la base, en fait elle est étirée ». On note l'apparition du mot mathématique « base ». Le terme n'a pas été évoqué durant la séance avant ce moment. Face à l'emploi du mauvais terme « étiré » alors qu'il défend la technique « pincer », l'enseignant reformule « on a pincé comme ça ? », elle forme une pince avec sa main et fait le geste d'étirement. La confusion entre « étirer » et « pincer » est peut-être due au fait que les deux techniques ont une composante commune (le fait d'écartier sa main de l'objet initial), le geste de la main fermée ou pincée peut lever cette ambiguïté, mais l'élève a simplement évoqué le mouvement doigt tendu.

L'enseignant fait appel au collectif pour valider une des deux propositions. Un élève fait la remarque suivante « moi je pense que si on aurait pincé, la base ce serait encore un carré ». La même confusion est présente entre « pincer » et « étirer » cependant l'argument évoqué donne une propriété d'une des techniques, la conservation de la forme du polygone initial.

L'enseignant en profite pour demander ce qui serait différent « si on avait pincé » le polygone initial. Un élève répond « Si on avait pincé, il n'y aurait pas deux sommets en haut, il n'y en aurait eu qu'un seul ». L'enseignant reformule pour attirer l'attention sur le fait qu'il ne doit avoir qu'un seul sommet éloigné du polygone de départ mais il reprend les signes gestuels liés à l'utilisation de l'artefact et utilise des mots mathématiques « Si on avait pris ce polygone de départ et qu'on l'avait pincé, on aurait eu qu'un point en haut comme sommet, et là regardez, on en a deux. Donc c'est bien ce polygone de départ que l'on a étiré ». On assiste ici à un jeu sémiotique (Arzarello et al., 2006). A partir de ce moment, l'identification de la base puis la conservation de la forme ou la présence d'un seul sommet sont les arguments utilisés par les élèves pour valider ou invalider les techniques.

La théorie de la médiation sémiotique (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008) a pour objectif de décrire et modéliser les processus d'enseignement-apprentissage reposant sur l'utilisation d'un artefact spécifique. L'utilisation de l'artefact produit des signes liés à l'activité (signe-artefact) qui peuvent être mis en relation avec des signes mathématiques. Dans cet épisode, on peut voir l'évolution des signes-artefact « partie », « boule » vers les signes mathématiques « polygone de départ » puis « base » et « sommet ». Au départ de l'épisode l'argumentation des élèves et du discours de l'enseignant utilisent les signes-artefact gestuels « on a fait comme ça », puis sont remplacés par des signes mathématiques oraux : « si on avait pincé, la base serait encore un carré ». Les signes « étirer » et « pincer », servent de lien entre l'artefact et les mathématiques (présents dans les deux domaines), ce sont des signes pivots car ils peuvent être interprétés dans les deux domaines artefact et mathématiques. L'enseignant par ses reformulations, utilise ces signes pivots pour tisser le lien entre les signes « la base » signe mathématique, « le polygone de départ » signe artefact.

2.4 Conclusion

La construction dimensionnelle permise par l'environnement informatique semble être une technique alternative intéressante pour répondre aux trois types de tâches que nous avons proposées pour l'étude des prismes, des pyramides et des bases. Elles participent au développement de la vision de l'espace des élèves en portant l'attention des élèves sur les constituants de dimensions inférieures et sur l'identification de propriétés, une forme de vision non-iconique au sens de Duval (2006).

En ce qui concerne la dimension corporelle de l'activité en réalité virtuelle immersive, nous pouvons distinguer son rôle dans l'appropriation de la technique et dans la phase de discussion. Lors de la mise en œuvre, nous avons été surpris par la facilité des élèves à mobiliser mentalement la technique de construction dimensionnelle. Nous faisons l'hypothèse que l'expérience motrice vécue ou observée a joué un rôle crucial mais cela reste à explorer, nous envisageons de tester la technique de construction dimensionnelle avec et sans gestes naturels (par l'intermédiaire d'un autre environnement). La dimension corporelle et en particulier les signes gestuels ont été également mobilisés par l'enseignant et les élèves dans la phase de discussion pour soutenir l'argumentation orale. Les différences de performances entre les deux classes semblent pouvoir s'expliquer par une posture différente des enseignants lors de la

phase de discussion et de validation des techniques mobilisées. Dans la classe ayant obtenu les meilleurs résultats à l'identification des bases, l'analyse synchronique du faisceau sémiotique a montré que l'enseignant a accompagné et permis l'évolution des signes du domaine artefact vers le domaine mathématique. Les signes pivots « étirer » et « pincer » montrent le potentiel sémiotique de la construction dimensionnelle pour permettre à cet enseignant d'accompagner la transition des signes artefact vers les signes mathématiques chez les élèves. Dans l'autre classe, la phase de discussion n'a pas permis ce processus. Le concept de base ne semble donc pas émerger spontanément de l'identification du polygone de départ, cela nécessite un accompagnement de l'enseignant.

A l'avenir nous souhaiterions voir le devenir de ces techniques dans les organisations mathématiques de la géométrie dans l'espace. L'identification des signes lors d'activités géométriques futures (gestes, mots) pourra nous renseigner sur sa persistance et éventuellement son utilité dans des types de tâches mobilisant la notion de base, tel le calcul du volume des prismes et des pyramides en 5^{ème} collège.

References

- Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97-109.
- Burkhardt, J.-M., Lourdeaux, D., & Mellet-d'Huart, D. (2006). La réalité virtuelle pour l'apprentissage humain. In P. Fuchs et al. (Eds.), *Le traité de réalité virtuelle* (Vol. 4, pp. 43-102). Paris : Presses de l'Ecole des Mines.
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom : Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English et al. (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 746-783). Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12/1, 77-111.
- Coutat-Gousseau, S., & Dorier, J.-L. (2016). Comment la corporéité peut-elle intervenir dans l'apprentissage des mathématiques ? Quelques références et deux exemples. *Revue suisse des sciences de l'éducation*, 38(2), 23-37.
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*, 10, 5-53.
- Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2013). The metaphorical structure of mathematics: Sketching out cognitive foundations for a mind-based mathematics. In *Mathematical reasoning* (p. 29-98). Routledge.
- Mithalal, J. (2014). Voir dans l'espace : Est-ce si simple? *Petit x*, 96, 51-73.
- Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A. C., & Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans. Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères-IREM*, 90, 5-41.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs : A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical thinking and learning*, 5(1), 37-70.
- Winn, W. (2003). Learning in artificial environments : Embodiment, embeddedness and dynamic adaptation. *Technology, Instruction, Cognition and Learning*, 1(1), 87-114.